



MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Jeudi 6 mai 2010 (matin)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

0	0							
---	---	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toute la section A dans les espaces prévus à cet effet.
- Section B : répondez à toute la section B sur les feuilles de réponses prévues à cet effet. Inscrivez votre numéro de session sur chaque livret de réponse que vous avez utilisé et joignez-les à cette épreuve écrite et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- À la fin de l'examen, indiquez le nombre de feuilles de réponse utilisées dans la case prévue à cet effet sur la couverture du livret.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.



2. [Note maximale : 6]

Une suite arithmétique, u_1, u_2, u_3, \dots , est telle que $d = 11$ et $u_{27} = 263$.

(a) Trouvez u_1 . [2 points]

(b) (i) Étant donné que $u_n = 516$, trouvez la valeur de n .

(ii) Pour cette valeur de n , trouvez S_n . [4 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 5]

Jan joue un jeu en jetant deux dés équilibrés à six faces. Elle gagne un lot si la somme des dés est cinq.

(a) Jan jette les deux dés une fois. Trouvez la probabilité qu'elle gagne un lot. [3 points]

(b) Jan jette les deux dés huit fois. Trouvez la probabilité qu'elle gagne trois lots. [2 points]

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



4. [Note maximale : 6]

Trouvez le terme en x^4 dans le développement de $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

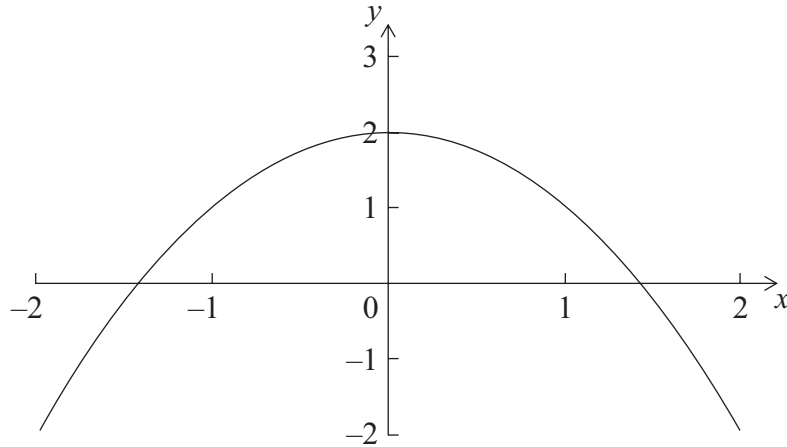
.....

.....



5. [Note maximale : 7]

On considère $f(x) = 2 - x^2$, avec $-2 \leq x \leq 2$ et $g(x) = \sin e^x$, avec $-2 \leq x \leq 2$.
La représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



- (a) Sur la figure ci-dessus, esquissez la représentation graphique de g . [3 points]
- (b) Résolvez $f(x) = g(x)$. [2 points]
- (c) Donnez l'ensemble des valeurs de x telles que $f(x) > g(x)$. [2 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

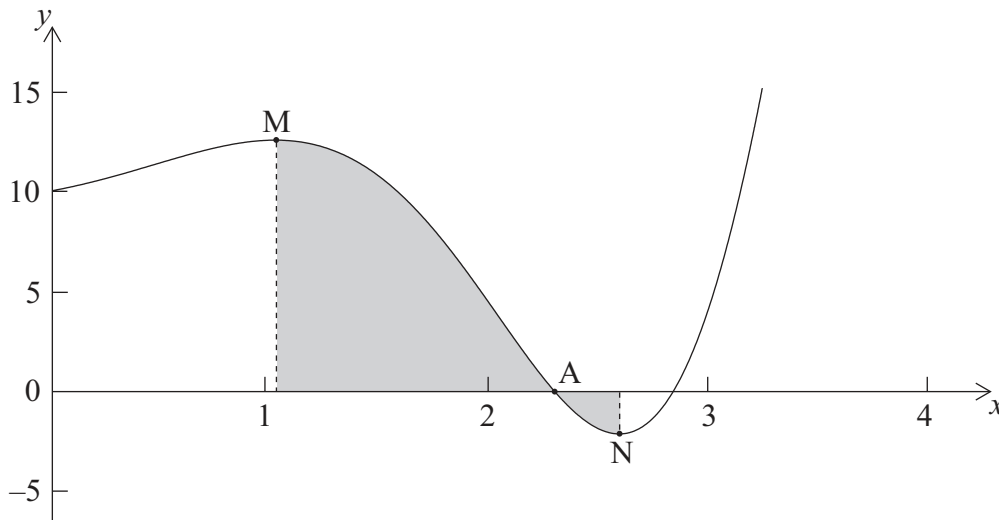
.....

.....



6. [Note maximale : 6]

Soit $f(x) = e^x \sin 2x + 10$, avec $0 \leq x \leq 4$. Une partie de la représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



Sont représentés une abscisse à l'origine au point A, un maximum relatif au point M avec $x = p$ et un minimum relatif au point N avec $x = q$.

- (a) Donnez l'abscisse de A. [1 point]
- (b) Trouvez la valeur de
 - (i) p ;
 - (ii) q . [2 points]
- (c) Trouvez $\int_p^q f(x) dx$. Expliquez pourquoi ceci n'est pas l'aire de la région grisée. [3 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Note maximale : 8]

Le nombre de bactéries, n , dans une boîte de Petri, après t minutes est donné par $n = 800e^{0,13t}$.

- (a) Trouvez la valeur de n quand $t = 0$. [2 points]
- (b) Trouvez le taux d'accroissement de n quand $t = 15$. [2 points]
- (c) Après k minutes, le taux d'accroissement de n est supérieur à 10 000 bactéries par minute. Trouvez la plus petite valeur de k , avec $k \in \mathbb{Z}$. [4 points]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



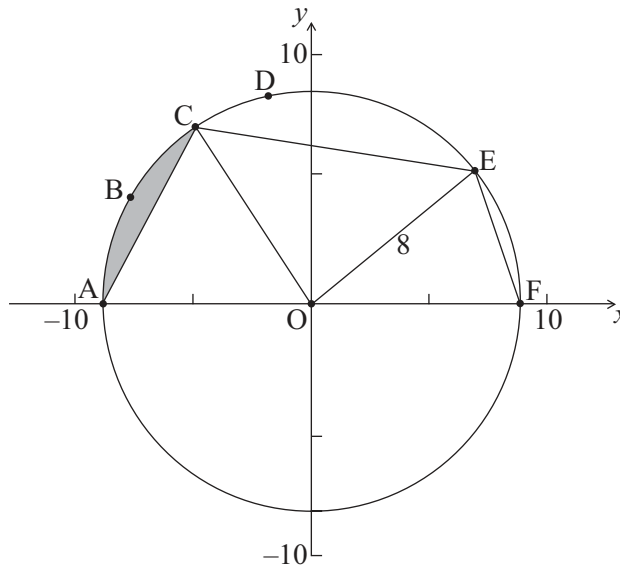
Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

SECTION B

Répondez à **toutes** les questions sur les feuilles de réponses fournies. Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

8. [Note maximale : 15]

La figure ci-dessous représente un cercle de centre O et de rayon 8 cm.



la figure n'est pas à l'échelle

Les points A, B, C, D, E et F sont sur le cercle, et [AF] est un diamètre. La longueur de l'arc ABC est 6 cm.

(a) Trouvez la mesure de l'angle AOC. [2 points]

(b) À partir de là, trouvez l'aire de la région grisée. [6 points]

L'aire du secteur OCDE est 45 cm².

(c) Trouvez la mesure de l'angle COE. [2 points]

(d) Trouvez EF. [5 points]



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

9. [Note maximale : 16]

Dans cette question, les distances sont en mètres.

Des maquettes d'avion volent en ligne droite à vitesse constante. Le premier avion passe par le point A. Sa position, p secondes après qu'il soit passé par A, est donnée

$$\text{par } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) (i) Donnez les coordonnées de A.

(ii) Trouvez la vitesse de l'avion en ms^{-1} .

[4 points]

(b) Après sept secondes, l'avion passe par le point B.

(i) Trouvez les coordonnées de B.

(ii) Trouvez la distance parcourue par l'avion pendant ces sept secondes.

[5 points]

(c) Le deuxième avion passe par le point C. Sa position, q secondes après qu'il soit

$$\text{passé par C, est donnée par } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} + q \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}.$$

L'angle entre les trajectoires du premier avion et du deuxième est 40° . Trouvez les deux valeurs de a .

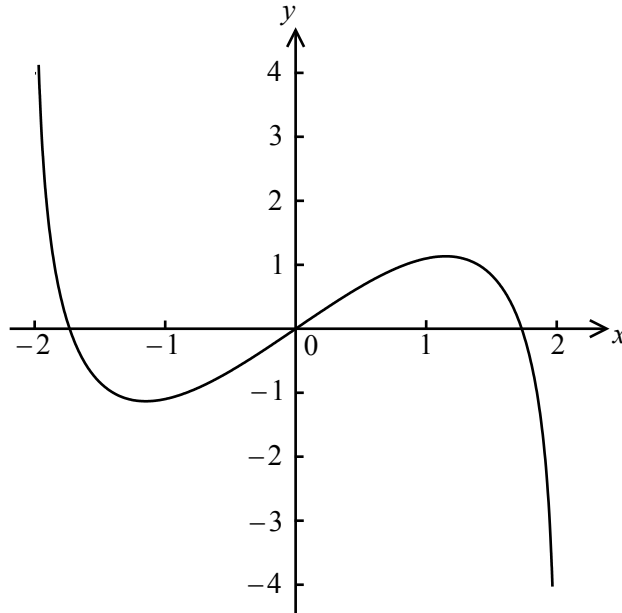
[7 points]



Veillez **NE PAS** écrire sur cette page.

10. [Note maximale : 14]

On considère $f(x) = x \ln(4 - x^2)$, avec $-2 < x < 2$. La représentation graphique de f est donnée ci-dessous.



- (a) Soient P et Q les points de la courbe représentant f où la tangente à la représentation graphique de f est parallèle à l'axe des abscisses.
 - (i) Trouvez l'abscisse de P et de Q.
 - (ii) On considère $f(x) = k$. Donnez toutes les valeurs de k pour les-quelles il y a exactement deux solutions. [5 points]

Soit $g(x) = x^3 \ln(4 - x^2)$, avec $-2 < x < 2$.

- (b) Montrez que $g'(x) = \frac{-2x^4}{4 - x^2} + 3x^2 \ln(4 - x^2)$. [4 points]
- (c) Esquissez la représentation graphique de g' . [2 points]
- (d) On considère $g'(x) = w$. Donnez toutes les valeurs de w pour les-quelles il y a exactement deux solutions. [3 points]

